

DETECÇÃO DE FEIÇÕES CARTOGRÁFICAS EM IMAGENS DIGITAIS ATRAVÉS DA APLICAÇÃO DE UM MODELO DE DIFUSÃO ANISOTRÓPICA BASEADO EM EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS

Edinéia Aparecida dos Santos GALVANIN & Erivaldo Antonio da SILVA

Departamento de Cartografia, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual. Rua Roberto Simonsen, 305, Caixa Postal 467. CEP 19060-900. Presidente Prudente, SP. Endereços eletrônicos: edineia@prudente.unesp.br; erivaldo@prudente.unesp.br.

Introdução
Modelo de EDP
Suavização Anisotrópica e Detecção de Bordas Via EDP
Resultados e Análise
Conclusões
Referências Bibliográficas

RESUMO - Este artigo propõe uma metodologia para a detecção de bordas em imagens digitais usando o detector de difusão anisotrópica não linear baseado em Equações Diferenciais Parciais (EDP). Diante da complexidade e a variabilidade de alvos e principalmente a presença de informações irrelevantes contidas em imagens digitais, esta estratégia visa suavizar as áreas homogêneas da imagem sem, no entanto perder as bordas e as feições de interesse que são as pistas do aeroporto e as rodovias pavimentadas. O modelo é fundamental para aplicações cartográficas, pois tem como função realizar o processamento da imagem focalizando nas estruturas de bordas, deixando as regiões homogêneas fortemente suavizadas e preservando principalmente as bordas físicas, isto é, aquelas que realmente estão associadas com objetos presentes na imagem. Ao final do processo o que se tem são bordas detectadas a partir das imagens suavizadas com o modelo de difusão anisotrópica via EDP.

Palavras-chave: Equações diferenciais parciais; cartografia; imagens digitais; detecção de bordas; difusão anisotrópica.

ABSTRACT - *E. A. dos S. Galvanin & E. A. da Silva - Cartography Features Detection in Digital Images Using an Anisotropic Diffusion Model Based in Partial Differential Equation.* This paper proposes a methodology for edge detection in orbital images using a non-linear anisotropic diffusion detector via Partial Differential Equation (PDE). This strategy with the complexity and the variability of target and mainly the presence of irrelevant information contained in orbital images aims to smooth the homogeneous area of image with no loss of edges and features of interest, especially the airports tracks and paved roads. This method is appropriated for cartography application because the model process the image focusing the edge structure due to its notable characteristic in selectively smoothing the image, leaving the homogeneous regions strongly smoothed and mainly preserving the physical edges, that is, those that are really related to objects presented on the image. The obtained results in the process are detected edges from smoothed image by the model of anisotropic diffusion via PDE.

Keywords: Partial differential equations; cartography; orbital images; edges detection; anisotropic diffusion.

INTRODUÇÃO

Com o avanço tecnológico, a área de Processamento Digital de Imagens (PDI) tem se tornando cada vez mais abrangente. Técnicas de PDI são utilizadas em imagens de diversas fontes. Nas imagens de Sensoriamento Remoto essas técnicas são utilizadas para resolver problemas relacionados à detecção dos alvos presentes na cena.

As imagens digitais contêm muita informação, devido às variações nos tons de cinza da imagem, o que dificulta a sua interpretação se o método escolhido para detectar as feições de interesse não for o mais adequado possível. São considerados ruídos nas imagens de Sensoriamento Remoto, no caso da área de Cartografia, todas as feições que não são de interesse para extração.

Várias são as ferramentas e/ou técnicas utilizadas, por pesquisadores da área de Cartografia, com vistas à extração de feições. Segundo Ziou & Tabbone (1997), é difícil formular um algoritmo de detecção de bordas

que possua um bom desempenho em diferenciados contextos e que capture os requisitos necessários aos estágios subsequentes de processamento.

A suavização no contexto deste trabalho está diretamente relacionada ao processamento da imagem para passos subsequentes de extração de feições. Com este objetivo, o modelo de difusão anisotrópica via EDP realiza a suavização seletiva da imagem, para que bordas espúrias provenientes de ruídos e feições irrelevantes não sejam detectadas. Dessa forma, na diferenciação da imagem, após a etapa de suavização, a maior parte das informações indesejadas não serão detectadas.

Nas metodologias existentes para a detecção de bordas uma das operações comuns é a diferenciação da imagem, resultando na detecção tanto de bordas físicas quanto de bordas não relevantes. Para minimizar este efeito indesejado, suaviza-se a imagem antes da diferenciação, o que da origem à dualidade entre

detecção e precisão de localização das bordas (Shen & Castan, 1992). Neste caso, quanto mais se privilegia a precisão de localização, menor é a razão sinal/ruído e, conseqüentemente, a detecção se torna cada vez mais sensível aos detalhes irrelevantes contidos na imagem, e vice-versa. Um trabalho pioneiro que tinha por objetivo a detecção de bordas com boa localização foi desenvolvido por Marr & Hildreth (1980). Este trabalho considerou a detecção de bordas utilizando a convolução da imagem original com o Laplaciano da função Gaussiana.

A dualidade entre a detecção e precisão de localização das bordas está presente no detector de Canny que, quando utilizado, influencia diretamente na eficiência e na autonomia das metodologias automáticas de análise de imagem. Por exemplo, metodologias para a extração automática de feições, tidas como automáticas e que utilizam o detector de bordas de Canny, são dependentes da escolha do parâmetro de escala adequado para uma imagem particular, implicando numa indesejada interação do operador com o sistema de extração (Dal Poz et al., 2004). Logo, a utilização de um detector de bordas que preserve em termos de completeza e localização, as bordas de contraste melhor definido, possibilitando detectar principalmente os contornos dos objetos é de grande interesse para a área da Cartografia no que se refere a processos futuros de extração de feições com posterior atualização de produtos cartográficos.

Com relação ao processo de detecção de bordas, este é altamente dependente do tipo de suavização aplicado a priori. Dessa forma, inúmeras pesquisas foram realizadas com intuito de solucionar os problemas relacionados à suavização da imagem. Para resolver esse problema Perona & Malik (1990), desenvolveram um modelo cuja idéia central consistia em realizar uma suavização seletiva na imagem. O modelo realiza a difusão não linear, consistindo de um algoritmo

potencial para segmentação de imagens, remoção de ruídos, detecção de bordas, e realce de imagem. Alguns autores, a partir do modelo de Perona & Malik, desenvolveram modelos que buscavam a suavização seletiva da imagem.

Nordström (1990), desenvolveu um modelo resultante da unificação do modelo de difusão não linear com um termo de regularização, no qual o termo regularizador tem como função manter as imagens geradas na evolução temporal próximas à imagem original.

Diante dos resultados obtidos com vários modelos anteriormente desenvolvidos, Barcelos et al. (2003), desenvolveram um modelo que consistia em aplicar seletivamente a equação, permitindo suavizar adequadamente uma imagem sem perder as bordas e outros detalhes contidos na imagem.

Diante dos modelos anteriormente apresentados este trabalho tem como objetivo a apresentação de um modelo de difusão anisotrópica fundamentado pela teoria de EDP. Esse modelo tem como característica principal a suavização seletiva da imagem com posterior detecção de bordas. Cabe ressaltar que o modelo é desconhecido na comunidade cartográfica, logo se faz relevante a sua descrição e divulgação para utilização nesta área de pesquisa. A teoria inerente ao modelo é bastante complexa neste sentido alguns aspectos teóricos e computacionais serão omitidos, maiores detalhes sobre o modelo proposto podem ser encontrados em Santos (2002).

Este artigo está organizado em 5 seções principais. A seção 2 apresenta os aspectos teóricos do modelo. Na seção 3 são apresentados os aspectos metodológicos do modelo. Os testes e análises em relação aos resultados experimentais são apresentados na seção 4. A seção 5 apresenta as conclusões finais do trabalho.

MODELO DE EDP

O modelo de difusão anisotrópica proposto por Barcelos et al. (2003) é um modelo de equação de difusão não linear baseado na Teoria de Equações Diferenciais Parciais, que segue a corrente teórica formulada a partir de Perona & Malik (1990). A formulação matemática do modelo é dada por,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \bar{g} |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) - \lambda (1 - \bar{g})(u - I), \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = I(x, y), \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2,$$

$$\text{onde: } \bar{g} = \frac{1}{1 + k |\nabla(G_T * u)|^2}; \text{ com } 0 \leq \bar{g} \leq 1; \nabla \text{ é o}$$

operador gradiente; representa o operador divergente; λ é um parâmetro que atua como peso para o termo; $(1 - \bar{g})$ k é a constante presente na função \bar{g} ; I representa a imagem original; u é a imagem suavizada a partir de I no instante t ; T representa o nível ótimo de suavização necessário para se atingir um grau de suavização adequado e G_T é uma função Gaussiana.

O termo $|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ na equação 1 realiza a difusão da imagem u na direção ortogonal ao seu gradiente ∇u . Permitindo, dessa forma que as bordas contidas na imagem u sejam suavizadas em ambos os lados com suavização mínima nas próprias

bordas.

O modelo definido na equação 1 tem como objetivo suavizar seletivamente a imagem. A função \bar{g} na equação 1 controla a velocidade da difusão, ou seja, a suavização seletiva atuará de forma eficiente nas regiões homogêneas da imagem, onde o termo $|\nabla(G_T * u)|$ é pequeno, fazendo com que o segundo termo do denominador da função \bar{g} seja muito pequeno. Nestas condições $\bar{g} \sim 1$, fazendo com que o termo $(1 - \bar{g}) \sim 0$ na equação 1. Assim o termo $(u - I)$ que mantém as bordas inalteradas não atuará no modelo. Conseqüentemente o processo de difusão efetuado pelo primeiro termo da equação 1 fará com que a região homogênea sofra maior suavização. O efeito contrário ocorrerá se o termo $|\nabla(G_t * u)|$ for grande, ou seja, se houver variações bruscas nos níveis de cinza da imagem. Se isso ocorrer, o segundo termo do denominador da função \bar{g} será muito grande, logo $\bar{g} \sim 0$, implicando em $(1 - \bar{g}) \sim 1$ na equação 1. Nesse caso, o termo $(u - I)$ atuará significativamente na imagem, mantendo as características originais das bordas. Isso faz com que o processo de difusão efetuado pelo primeiro termo da equação 1 não atue nessas regiões.

A função Gaussiana (G) utilizada na equação 1, sofreu uma substituição de parâmetros dada por $aT = \sigma^2$. Essa relação sugerida por Teixeira (2001) indica que o nível ótimo de suavização (T) depende do parâmetro σ , o qual controla a intensidade de suavização do filtro Gaussiano. Assim, a função Gaussiana é dada por,

$$G_T(x, y) = \frac{1}{2\pi T} e^{-(x^2+y^2)/2aT}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2. \quad (2)$$

Barcelos et al. (2003) introduziram ainda o conceito de “nível ótimo de suavização”, onde é possível evoluir até o valor de σ introduzido. Esse nível ótimo

SUAVIZAÇÃO ANISOTRÓPICA E DETECÇÃO DE BORDAS VIA EDP

Os processos de extração de feições para fins de atualização cartográfica necessitam a priori da realização de processamentos envolvendo a detecção e extração de bordas na imagem. Para que as variações nos tons de cinza da imagem sejam detectadas é necessário diferenciar a imagem. Porém, quando a imagem é diferenciada, todas as variações dos níveis de cinza são detectadas e, por conseqüência, detectam-se também bordas irrelevantes. Para que essas bordas, provenientes de ruído ou textura da imagem, não sejam detectadas, deve-se realizar a suavização da imagem antes da diferenciação. Por esse motivo o processo de detecção de bordas é altamente dependente do tipo de

de suavização é definido pela expressão

$$T = \frac{\sigma^2}{a}, \quad (3)$$

onde a é o parâmetro presente no núcleo de suavização Gaussiana e σ é o desvio padrão da função Gaussiana.

Segundo Galvanin & Silva (2003) a evolução temporal t existente no modelo está diretamente relacionada com o nível ótimo de suavização (T), e é definida como

$$t = \frac{T}{\Delta t}, \quad (4)$$

onde ∇t representa o tamanho do passo da evolução temporal.

Cabe salientar que o modelo consiste de um processo iterativo, controlado pela evolução temporal definida na equação 4. Assim, o processo evolui até um nível adequado de suavização, cabendo ressaltar que a estimativa do nível de informação irrelevante é empírica. Portanto, a escolha de um limiar correto é difícil e envolve tentativa e erro.

Após a aplicação do modelo de difusão anisotrópica na imagem, a imagem resultante é uma imagem suavizada. A partir desta imagem é realizada a segunda etapa do processo que consiste na segmentação da imagem. A função utilizada para a segmentação é dada por:

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1 + k_1 |\nabla u|^2}, \quad (5)$$

onde: k_1 é a constante presente na função g com $0 \leq g \leq 1$.

suavização aplicada no processo.

Vários são os métodos de suavização, contudo efeitos indesejados como o deslocamento de bordas tornam os métodos inviáveis quando se deseja eliminar informações irrelevantes e ao mesmo tempo manter inalteradas as bordas físicas (estruturas de interesse, como por exemplo rodovias). A busca por um método que ofereça bom desempenho, ou seja, suavize mais intensamente as regiões homogêneas da imagem, retirando as informações de menor contraste, geralmente relacionadas com ruído e elementos de textura e mantenha inalteradas em termos de completude e localização, as bordas de contraste melhor

definido, possibilitando detectar principalmente os contornos dos objetos, como por exemplo, rodovias, o que é de grande interesse para a área de Cartografia.

Uma metodologia nesta direção é o detector de Canny cujo objetivo principal é o desenvolvimento de um detector ótimo para bordas do tipo degrau (Canny, 1986). No detector de Canny podem ser identificadas 4 etapas básicas: suavização, diferenciação, supressão não máxima e limiarização adaptativa ou histerese. As duas primeiras etapas geram uma superfície onde, para cada localização correspondente a um pixel da imagem original, associa-se uma cota dada pela magnitude de gradiente. Nessa superfície, as cumeeiras corresponderão às bordas da imagem. Se essa superfície for transformada numa imagem, a qual é geralmente denominada ‘imagem de magnitude do gradiente’, as bordas serão visualizadas como traços com vários pixels de espessura. O afinamento das cumeeiras é realizado pelo processo de supressão não máxima. O processo de histerese é o último passo a

ser aplicado, consistindo basicamente em complementar as bordas afinadas obtidas previamente e eliminar pelo menos parte das bordas espúrias (Vale & Dal Poz, 2002, 2002a).

Segundo Vale & Dal Poz (2002a) no detector de Canny quando se opta por uma suavização em escala grosseira ($\sigma = 8$) pode levar a um deslocamento de bordas de alguns pixels. Logo, a estrutura de bordas obtidas pelo detector de Canny é preservada apenas em escala fina ($\sigma = 1$).

A busca por um detector ideal de bordas que permita apenas a detecção de bordas físicas, sem fragmentação e deslocamento da seqüência de pontos que representa o contorno do objeto, facilitaria as etapas posteriores dos processos de extração de feições. No entanto, esse detector ideal não existe, tornando-se necessário fazer uso de estratégias que permitam obter resultados mais próximos possíveis do ideal. Uma forma de alcançar esse objetivo é utilizar a suavização anisotrópica via EDP com posterior detecção de bordas.

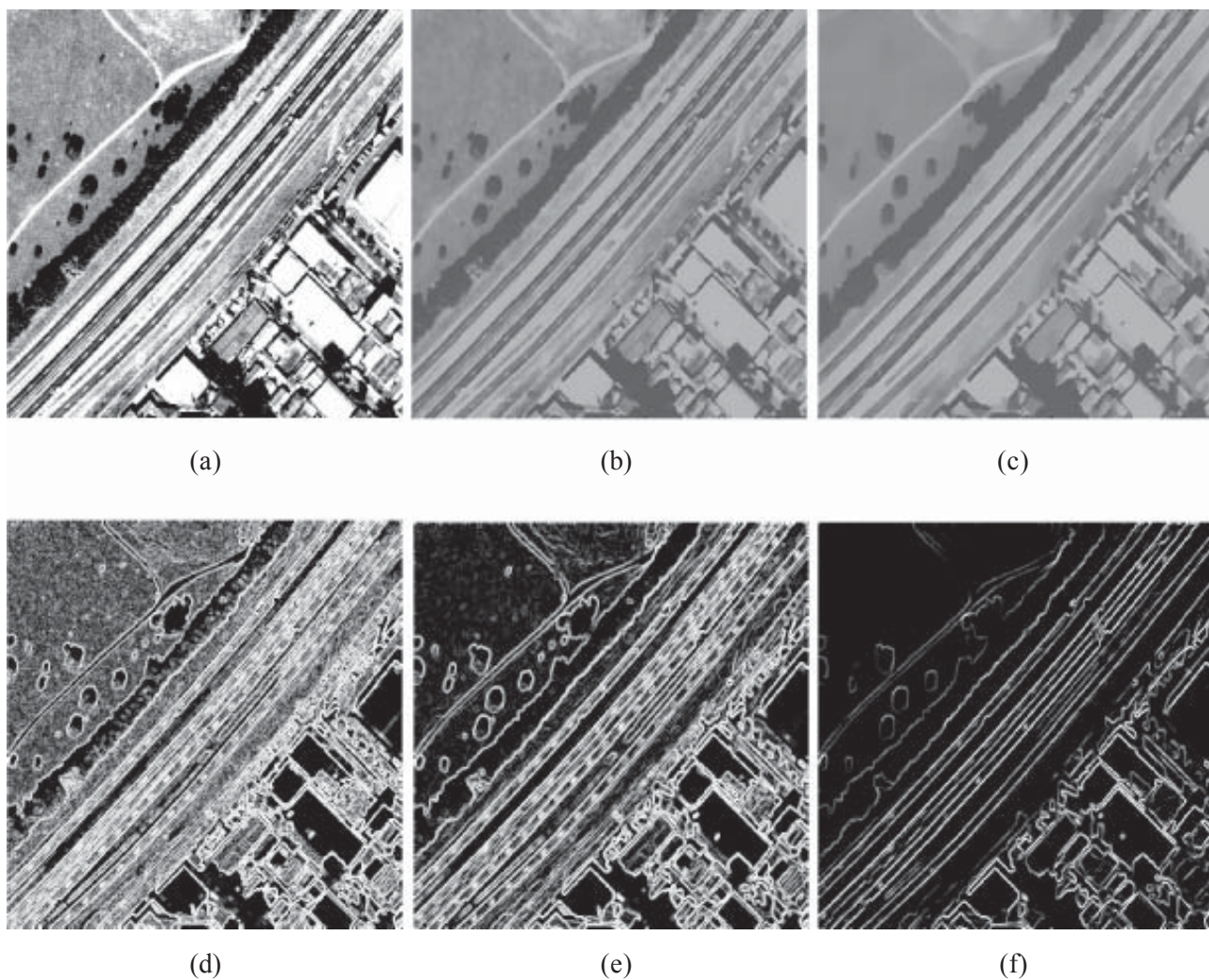


FIGURA 1. Visualização das características da suavização anisotrópica via EDP e detecção de bordas. (a) Imagem original; (b) imagem suavizada com $\sigma = 10$; (c) imagem suavizada com $\sigma = 50$; (d) imagem segmentada a partir de (a); (e) imagem segmentada a partir de (b) e (f) imagem segmentada a partir de (c).

No detector de difusão anisotrópica podem ser identificadas 2 etapas básicas: suavização seletiva e diferenciação. A suavização consiste em realizar, através da equação 1, o processo de difusão anisotrópica gerando uma imagem suavizada sem, no entanto deslocar as estruturas da imagem. Na segunda etapa é empregada uma estratégia simples de detecção de bordas da imagem suavizada, tendo por base a equação 5.

Um exemplo onde o detector via EDP é utilizado em escalas distintas é mostrado na Figura 1. Nesta figura, pode-se verificar a suavização seletiva ao longo das escalas, partindo de uma escala fina ($\sigma=1$) até uma escala mais grosseira ($\sigma=50$). O resultado para 3 escalas ($\sigma=1$, $\sigma=10$ e $\sigma=50$) é mostrado na figura

1(a, b, c). As imagens de bordas obtidas a partir das respectivas imagens suavizadas são mostradas na Figura 1(d, e, f).

Da análise realizada na Figura 1, verifica-se que o detector de difusão anisotrópica via EDP é apropriado para as etapas de suavização seletiva, visto que as bordas relevantes contidas na imagem permaneceram ao longo da suavização, este fato pode ser analisado visualmente através das respectivas imagens de bordas obtidas com a aplicação da função

$g(|\nabla u|)$. Esta análise credencia o

método como um excelente localizador (ou focalizador) de bordas físicas da imagem.

RESULTADOS E ANÁLISE

Nesta seção são apresentados alguns resultados e a avaliação do método de detecção de bordas via EDP. Foram utilizadas duas imagens teste, sendo a primeira uma sub-imagem (parte da imagem original) proveniente do Landsat 5 – TM, banda 3, datada de 01/08/1987, contendo o Aeroporto Internacional Antônio Carlos Jobim (RJ) (Figura 2), e a segunda, uma sub-imagem proveniente do Landsat 7 – ETM,

banda 3, de 22/07/2000, contendo a região de Presidente Prudente (Figura 3). A primeira imagem apresenta uma densidade diferente de ruído com várias bordas e fronteiras que delineiam as pistas do aeroporto, as quais representam as feições cartográficas de interesse. A segunda imagem apresenta uma avenida que não consta das bases cartográficas da região.

$$g(|\nabla u|) = \frac{1}{1+k_1|\nabla u|^2}$$



FIGURA 2. Sub-imagem do Aeroporto Internacional Antônio Carlos Jobim (RJ).

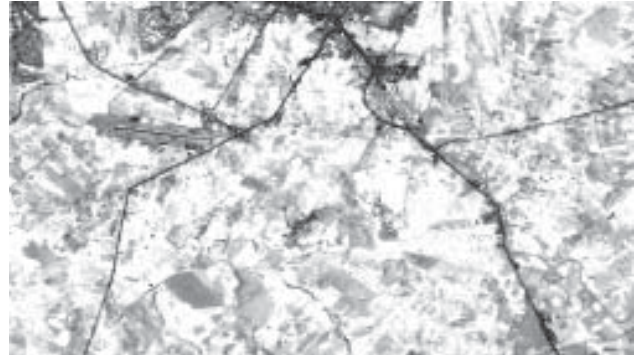


FIGURA 3. Sub-imagem da região de Presidente Prudente (SP).

A escolha dos valores referente ao σ envolve tentativa e erro, sendo dependente da experiência do pesquisador. Na primeira imagem teste, foram utilizados dois limiares sendo que, foi utilizado um valor considerado intermediário ($\sigma=10$), e um valor mais alto ($\sigma=50$). A partir da escolha dos valores de σ foi possível obter os

valores contidos na tabela 1, obtendo a partir desses parâmetros níveis adequados de segmentação após aplicação do modelo de EDP. Esses valores foram adotados com o objetivo de se verificar o comportamento do filtro em relação ao nível de bordas relevantes que permaneceriam na imagem após a filtragem.

TABELA 1. Tabela dos parâmetros utilizados no modelo de EDP para a imagem do Rio de Janeiro.

Imagens	Parâmetros						
	T_0	σ_r	λ	Δt	k	a	k_{Seg}
1 – c, d	11	15	15	0.2	706.8	100	0.001
2 – e, f	112.5	35	35	0.1	1924.2	100	0.001

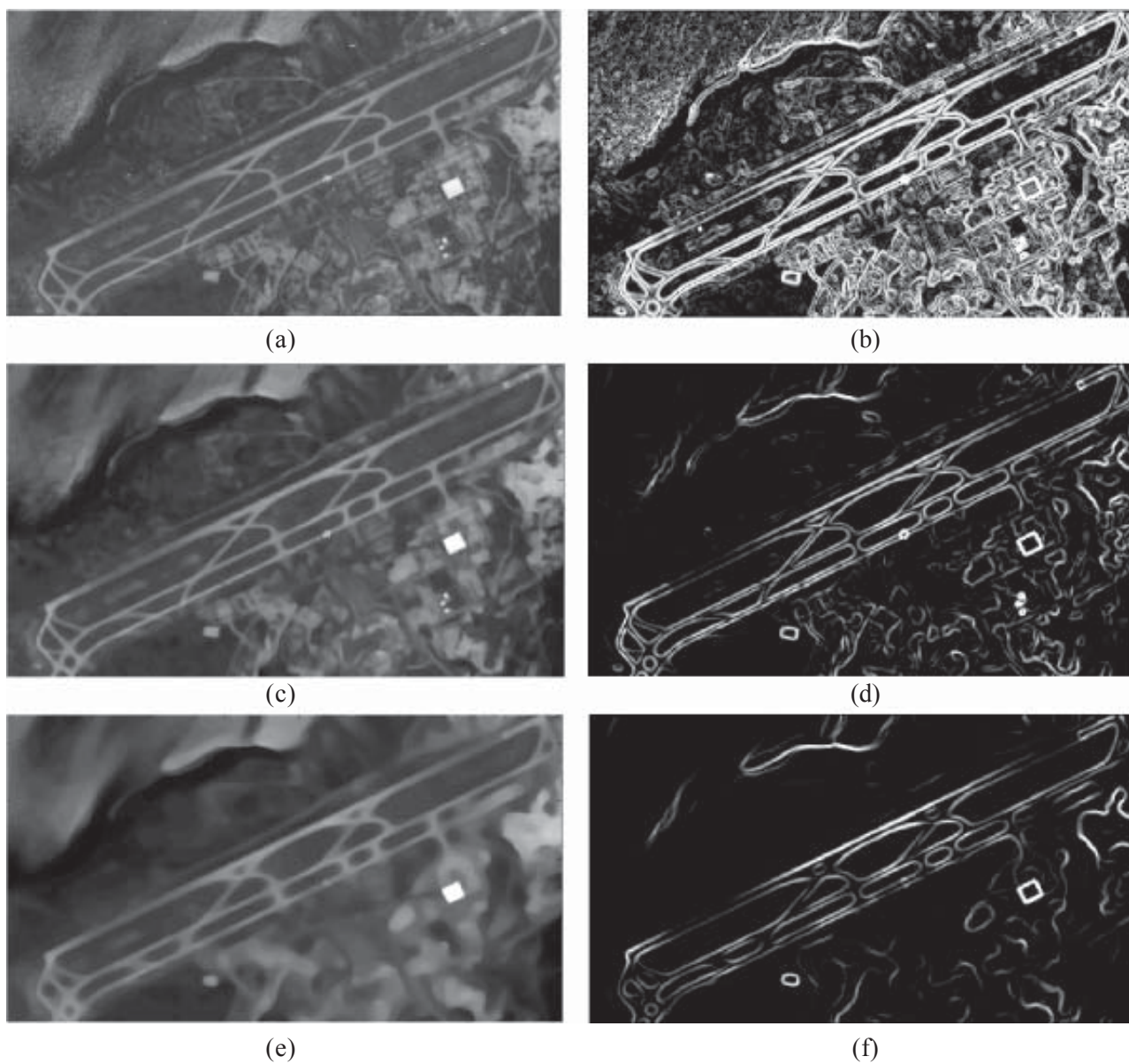


FIGURA 4. Aplicação do modelo via EDP. (a) Imagem original e (b) bordas detectadas a partir da imagem (a); (c) imagem suavizada com $\sigma_r = 15$ e (d) bordas detectadas a partir da imagem (c); (e) imagem suavizada com $\sigma_r = 35$ e (f) bordas detectadas a partir da imagem (e).

A Figura 4(b) mostra a aplicação do detector de bordas na imagem original, sem suavização, neste caso pode-se verificar visualmente a quantidade excessiva de informações irrelevantes contidas na imagem. A Figura 4(c) mostra a suavização seletiva com ($\sigma = 15$), e a imagem de bordas (Figura 4(d)) obtida a partir da imagem suavizada (Figura 4(c)), neste caso pode-se observar a redução significativa de bordas irrelevantes resultante de ruído e detalhes de textura da imagem em relação à Figura 4(b). No entanto, a redução mais significativa de bordas irrelevantes foi obtida na Figura 4(f), onde as bordas detectadas se

referem à imagem suavizada na Figura 4(e). Esse resultado ilustra melhorias significativas em relação à diminuição de bordas irrelevantes em toda a imagem, facilitando a identificação das pistas. A imagem 4(f) comprova a eficiência do processo de suavização seletiva e detecção de bordas. No entanto existe fragmentação das bordas em pontos onde o nível de cinza da pista se confunde com o entorno.

Na segunda imagem teste foram utilizados dois limiares ($\tau = 10$) e ($\tau = 19$). A partir da escolha dos valores de σ pode-se obter os valores contidos na tabela 2.

TABELA 2. Tabela dos parâmetros utilizados no modelo de EDP para a imagem de Presidente Prudente.

Imagens	Parâmetros						
	T_0	σ_r	λ	Δt	k	a	k_{Seg}
1 – c, d	11	15	15	0.2	706.8	100	0.001
2 – e, f	36	19	19	0.1	567.1	100	0.001

A Figura 5 apresenta todos os processamentos realizados com a sub-imagem da região de Presidente Prudente. A Figura 5(b) mostra as bordas detectadas a partir da imagem original, que como esperado apresenta uma quantidade excessiva de informações irrelevantes. A Figura 5(d) apresenta a imagem de bordas detectadas a partir da imagem suavizada (Figura 5(c)). Nessa figura apesar do nível de suavização ser intermediário é possível observar resultados significativos em relação à diminuição de informação irrelevante. Entretanto, na Figura 5(f) o efeito da suavização seletiva é mais evidente e a bordas detectadas se referem às bordas físicas, ou seja, as

regiões de interesse (avenidas).

Através dos experimentos apresentados pode-se constatar que apesar do alto valor de σ utilizado não houve visualmente o deslocamento das estruturas relevantes da imagem. A partir das imagens apresentadas, pode-se verificar visualmente a expectativa teórica a respeito do processo de difusão anisotrópica via EDP. Cabe ressaltar que o tempo computacional para a realização dos experimentos é alto, considerando neste trabalho a implementação do modelo no ambiente MATLAB. Este tempo pode ser otimizado com a utilização de outro ambiente de implementação.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados os aspectos teóricos e a avaliação referente ao processo de detecção de bordas através do modelo de difusão anisotrópica baseado em Equações Diferenciais Parciais. Foram descritos os passos inerentes ao processo, bem como, as implicações práticas destas etapas. Os testes foram realizados em imagens digitais nas quais as feições de interesse foram pistas de aeroportos e rodovias com diferentes graus de dificuldade.

Os resultados obtidos com a aplicação do modelo via EDP mostraram-se bastante adequados para os propósitos cartográficos, permitindo que fossem obtidas

as bordas das feições de interesse contendo baixo nível de informações irrelevantes. Como o processo tem como característica a iteratividade, o aumento das iterações fornece bons resultados, podendo ser útil nos processos de extração de feições em imagens digitais.

O uso do modelo baseado em EDP, na área de Cartografia, é inovador e os resultados mostraram que o modelo é eficiente para a detecção de bordas. As bordas detectadas podem ser utilizadas na extração das feições tendo como objetivo final o uso destas feições em processos de atualização de produtos cartográficos.

Os parâmetros escolhidos para a realização dos

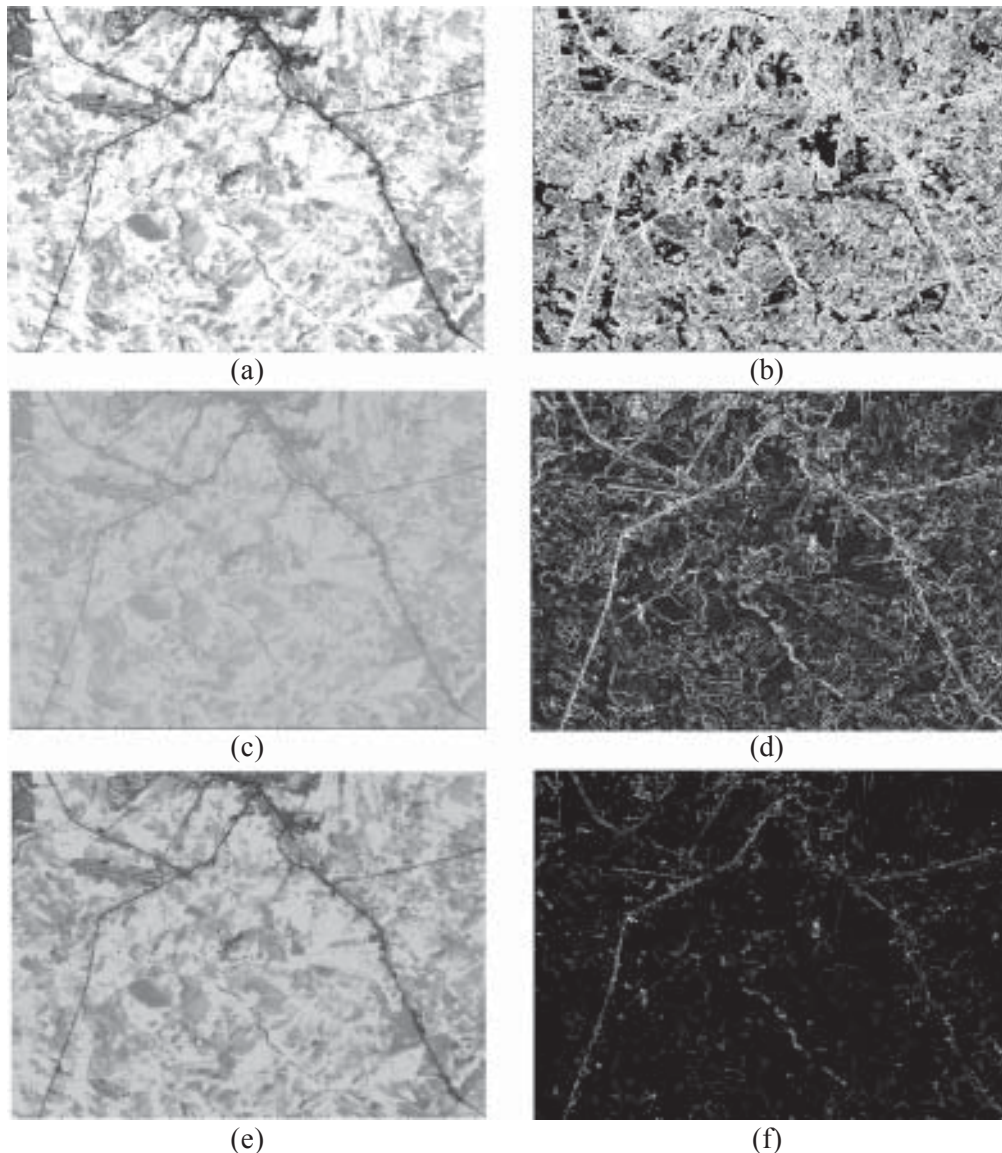


FIGURA 5. Aplicação do modelo via EDP. (a) Imagem original e (b) bordas detectadas a partir da imagem (a); (c) imagem suavizada com $\sigma_r = 15$ e (d) Bordas detectadas a partir da imagem (c); (e) imagem suavizada com $\sigma_r = 19$ e (f) Bordas detectadas a partir da imagem (e).

testes estão adequados aos propósitos deste trabalho e aos resultados obtidos com estes, foram satisfatórios.

O uso de modelos alternativos para a detecção

de feições cartográficas é extremamente importante e necessário para a área de cartografia e esta é a contribuição original e relevante deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; SILVA Jr., E. C. Well-balanced Flow Equation for Noise Removal and Edge Detection. **IEEE Transactions Image Processing**, v. 12, n. 7, p. 751-763, 2003.
2. CANNY, J. A Computational approach to edge detection. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 8, n. 6, p. 679-698, 1986.
3. DAL POZ, A. P.; VALE, G. M.; ZANIN, R. B. Automated road segment extraction by grouping road objects. **The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, Istanbul, Turquia, v. 34, p. 436-439, 2004.
4. GALVANIN, E. A. S. & SILVA, E. A. Utilização de um modelo de equação diferencial parcial no tratamento de imagens digitais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 21, 2003, Belo Horizonte. **Resumos...** Belo Horizonte: Sociedade Brasileira de Cartografia, 2003.

5. MARR, D.; HILDRETH, E. Theory of Edge Detection. **Proceedings of the Royal Society of London Serie B**, v. 207, p. 187-217, 1980.
6. NORDSTRÖM, K. N. Biased anisotropic diffusion: a unified regularization and diffusion approach to edge detection. **Image and Vision Computing**, v.8, p. 318-327, 1990.
7. PERONA, P. & MALIK, J. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 12, n. 7, p. 629-639, 1990.
8. SANTOS, E. A. **Utilização de equações diferenciais parciais no tratamento de imagens digitais**. Presidente Prudente, 2002. 108 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista.
9. SHEN, J. & CASTAN, S. An optimal linear operator for step edge detection. **Graphical models and image processing**, v. 54, n. 2, 1992.
10. TEIXEIRA, R. Introdução aos espaços de escala. 23º Colóquio Brasileiro de Matemática. COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA, 23, 2001, Rio de Janeiro. **Publicações...** Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA, 2001.
11. VALE, G. M. & DAL POZ, A. P. O Processo de Detecção de Bordas de Canny: Fundamentos, Algoritmos e Avaliação Experimental. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOMÁTICA 2, 2002, Presidente Prudente. **Anais...** Presidente Prudente: Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista, 2002, CD ROM, p. 292-303.
12. VALE, G. M. & DAL POZ, A. P. Processo de detecção de bordas de Canny. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v.8, n.2, p. 67-78, 2002.
13. ZIOU, D. & TABBONE, S. Edge detection techniques – An overview. **International Journal of Pattern Recognition and Image Analysis**, v. 8, n. 4, p. 537-559, 1997.